Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования «Белоозерский государственный

профессионально-технический колледж электротехники»

**Основы высшей математики**

**Методические указания**

по выполнению

домашней контрольной работы

для учащихся-заочников учреждений,

обеспечивающих получение

среднего специального

образования по специальности

«Монтаж и эксплуатация электрооборудования»

Белоозерск, 2009

Разработка включает методические рекомендации по выполнению домашней контрольной работы, задания контрольной работы и решение типовых заданий.

Предназначена для учащихся-заочников средних специальных учреждений образования

**Составитель:**

***Куделич Л.В.***, преподаватель математики

**Технический редактор:**

***Черняк О.П.*** , оператор ЭВМ

*Белоозерск, 2009*

**Общие методические указания**

Основной формой изучения курса «Основы высшей математики» для учащихся-заочников является **самостоятельная работа** с учебниками, учебными пособиями, сборниками задач и упражнений, справочниками. Список основных и наиболее доступных из них приводится в конце пособия.

К выполнению контрольной работы следует приступать только после изучения соответствующего материала курса. Изучение любого раздела курса следует начинать с конспекта установочных лекций, соответствующих глав учебника, учебного пособия или руководства к решению задач, в которых имеется необходимая теория, приводятся расчетные формулы и решения задач по темам.

Нужно также внимательно разобрать решения задач типового варианта контрольной работы, которые приводятся в данном пособии. После этого, по аналогии с решением типового варианта к контрольной работе, можно приступать к решению самой контрольной работы.

**При выполнении контрольной работы следует руководствоваться следующими указаниями**:

1. Контрольная работа должна быть выполнена и представлена на проверку в срок, предусмотренный учебным планом.
2. Контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради, на внешней обложке которой должны быть указаны фамилия и инициалы учащегося, полный шифр.
3. Условия всех задач нужно записывать полностью, а их решения располагать в порядке номеров, указанных в заданиях.
4. Решения всех задач и пояснения к ним должны быть достаточно подробными. Рекомендуется делать соответствующие ссылки на вопросы теории с указанием формул, теорем, выводов, которые используются при решении данной задачи.
5. Все вычисления (в том числе и вспомогательные) необходимо делать полностью. Чертежи и графики должны быть выполнены аккуратно и четко, с указанием единиц масштаба, координатных осей и других элементов чертежа. Объяснения к задачам должны соответствовать тем обозначениям, которые даны на чертеже.
6. Для удобства рецензирования преподавателем контрольной работы необходимо на каждой странице оставлять поля шириной 3-4 см.
7. В конце работы надо указать перечень использованной литературы, поставить подпись и дату.

**После получения прорецензированной работы** (как зачтенной, так и незачтенной) учащийся должен исправить в ней все отмеченные недостатки.

**В случае незачета контрольной работы** учащийся обязан в кратчайший срок выполнить все требования рецензента и представить работу на повторное рецензирование, приложив при этом первоначально выполненную работу.

В период экзаменационной сессии учащийся обязан представить зачтенную контрольную работу и при необходимости (по требованию преподавателя) должен дать устные пояснения ко всем задачам, содержащимся в работе.

**Программа курса «Основы высшей математики»**

1. Комплексные числа.
2. Элементы линейной и векторной алгебры.
3. Функция. Предел последовательности и предел функции.
4. Дифференциальное исчисление функций одной и многих переменной.
5. Неопределенный и определенный интегралы.
6. Дифференциальные управления.
7. Числовые и функциональные ряды.
8. Элементы комбинаторики, теории вероятностей.

**Критерии оценки выполнения домашней контрольной работы**

Отметка **«зачтено»** выставляется при условии:

* работа выполнена в полном объеме, в соответствии с заданием;
* задачи решены верно, ход решения пояснен;
* графические задания выполнены аккуратно. Работа аккуратно оформлена, приведен список использованной литературы.

**Работа может быть зачтена**, если она содержит единичные несущественные ошибки:

* отсутствие выводов в решении задач;
* арифметические ошибки, в решении задач, не приводящие к абсурдному результату и т. п.;
* при отсутствии списка используемой литературы или несоот­ветствии его оформления стандарту.

Отметка **«не зачтено»** выставляется при условии:

Работа выполнена не в полном объеме или содержит следующие существенные ошибки:

* отдельные задания в работе освещены не в соответствии с ва­риантом задания;
* неправильно употребляются научная терминология и единицы измерения;
* для решения задач неправильно выбрана формула, допущены грубые ошибки в расчетах;

- схемы, графические задания выполнены не в полном объеме.

***Контрольная работа, выполненная небрежно, неразборчивым почерком, а также не по заданному варианту, возвращается учащемуся без проверки, с указанием причин возврата.***

**Порядок выполнения домашней контрольной работы**

Учащийся выполняет тот вариант контрольной работы, который совпадает с последней цифрой учебного шифра. При этом, *если предпоследняя цифра учебного шифра есть число нечетное* (т.е. 1, 3, 5, 7, 9), то номер задач для соответствующего варианта даны в таблице 1.

*Если же предпоследняя цифра учебного шифра есть четное число или нуль* (т.е. 2, 4, 6, 8, 0), то номера задач для соответствующего варианта даны в таблице 2.

**Таблица 1**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | Номера задач для учащихся, у которых предпоследняя цифра  учебного шифра 1, 3, 5, 7, 9 | | | | | | | | |
| 1 | 1 | 11 | 31 | 51 | 71 | 91 | 101 | 111 | 121 |
| 2 | 2 | 12 | 32 | 52 | 72 | 92 | 102 | 112 | 122 |
| 3 | 3 | 13 | 33 | 53 | 73 | 93 | 103 | 113 | 123 |
| 4 | 4 | 14 | 34 | 54 | 74 | 94 | 104 | 114 | 124 |
| 5 | 5 | 15 | 35 | 55 | 75 | 95 | 105 | 115 | 125 |
| 6 | 6 | 16 | 36 | 56 | 76 | 96 | 106 | 116 | 126 |
| 7 | 7 | 17 | 37 | 57 | 77 | 97 | 107 | 117 | 127 |
| 8 | 8 | 18 | 38 | 58 | 78 | 98 | 108 | 118 | 128 |
| 9 | 9 | 19 | 39 | 59 | 79 | 99 | 109 | 119 | 129 |
| 0 | 10 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 110 | 120 | 130 |

**Таблица 2**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | Номера задач для учащихся, у которых предпоследняя цифра  учебного шифра 2, 4, 6, 8, 0 | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 21 | 41 | 61 | 81 | 93 | 104 | 117 | 131 |
| 2 | 3 | 22 | 42 | 62 | 82 | 94 | 105 | 118 | 132 |
| 3 | 4 | 23 | 43 | 63 | 83 | 95 | 106 | 119 | 133 |
| 4 | 5 | 24 | 44 | 64 | 84 | 96 | 107 | 120 | 134 |
| 5 | 6 | 25 | 45 | 65 | 85 | 97 | 108 | 111 | 135 |
| 6 | 7 | 26 | 46 | 66 | 86 | 98 | 109 | 112 | 136 |
| 7 | 8 | 27 | 47 | 67 | 87 | 99 | 110 | 113 | 137 |
| 8 | 9 | 28 | 48 | 68 | 88 | 100 | 101 | 114 | 138 |
| 9 | 10 | 29 | 49 | 69 | 89 | 91 | 102 | 115 | 139 |
| 0 | 1 | 30 | 50 | 70 | 90 | 92 | 103 | 116 | 140 |

**Решение задач типового варианта контрольной работы**

**Задание 1.** Даны комплексные числа ż1= -2 + ί и ż2= 3 + ί . Найти: 1) ż1 + ż2

2) ż2 - ż1 3) ż1 \* ż2  4) ż1 / ż2

***Решение***

1. ż1 + ż2 = -2 + ί + 3 + ί = (-2+3) + ί (1+1) = 1+2ί
2. ż2 - ż1 = 3 + ί – (- 2 + ί) = (3-(-2)) + ί (1-1) = 5+0ί = 5
3. Перемножим числа ż1 и ż2:

ż1 ∙ ż2  = (-2 + ί) ∙ (3 + ί) = (-2∙3-1∙1)+(-2∙1+3∙1)ί = -7 + ί

1. Для нахождения частного умножим числитель и знаменатель дроби на 3 – ί (т.е. на число, сопряженное знаменателю). Тогда получим:

ί , т.к. ί 2 = -1

**Задание 2.** Дана система линейных уравнений.

х + 5у – z = 3,

2x + 4y -3z = 2,

3x – y – 3z = -7.

Проверить, совместна ли эта система, и в случае совместимости решить ее:

1. методом Гаусса;
2. методом Крамера;
3. с помощью обратной матрицы (матричным методом)

***Решение***

Совместность данной системы проверим по теоре­ме Кронекера - Капелли. С помощью элементарных преобразований найдем ранг матрицы

А

данной системы и ранг расширенной матрицы

В =

Для этого умножим первую строку матрицы В на -2 и сложим со второй, затем умножим первую строку на -3 и сложим с третьей. Поменяем местами второй и третий столбцы. Получим

В = ~ ~

Следовательно, гаng А = гаng В = 3 (т е. числу неизвестных сис­тем). Значит, исходная система совместна и имеет единственное ре­шение.

**а. Методом Гаусса.**

х + 5у – z = 3,

2x + 4y -3z = 2,

3x – y – 3z = -7.

Составим матрицу из коэффициентов при неизвестных и свободных членов:

А

(вертикальной чертой отделен столбец, составленный из свободных членов).

Умножая первую строку матрицы А поочередно на -2, -3 и прибавляя соответственно ко второй и третьей, получаем матрицу

1 5 -1 3

А1 = 0 -6 -1 -4

0 -16 0 -16

Матрице А1 соответствует система уравнений

х + 5у – z = 3,

- 6y -3z = - 4,

- 16y = -16.

Из третьего уравнения находим у = 1, второе уравнение дает z = 4 – 6y, т.е. z = -2,

а первое х = 3 – 5у + z, т.е. х = - 4.

Следовательно, исходная система также имеет решение.

х = - 4; у = 1; z = - 2

***Ответ: (-4; 1; -2)***

**б. Методом Крамера.**

где

∆ = = - 16

∆х = = 64

∆у = = -16

∆z = = 32

Находим:

***Ответ: (-4; 1; -2)***

**в.** Для нахождения решения системы **с помощью обратной мат­рицы** запишем систему уравнений в матричной форме АХ = С → X = А-1 • С, где А-1 - обратная матрица к А, С - столбец правых частей.

А = , С =

Находим обратную матрицу (она существует, так как ∆А = -16 ≠ 0).

А-1 =

Найдем алгебраические дополнения:

А-1 =

Решение системы:

(- 45 + 32 + 77) / (- 16)

(- 9 – 7) / (- 16)

(- 42 + 32 + 42) / (- 16)

= - = =

Итак, х = - 4, у = 1, z = -2.

***Ответ: (-4; 1; -2)***

**Задание 3.** Найти пределы:

а) 5х2 + 13х + 6 б) 7х4 + 2х3 +5

lim -------------------- lim --------------------

x → - 2 3х2 + 2х – 8 x → ∞ 6х4 + 3х3 – 7x

***Решение***

а) Здесь имеем неопределенность . Для того чтобы раскрыть эту неопределенность, разложим числитель и знаменатель дроби на множители и до перехода к пределу сократим дробь на множитель (х+2). В результате получим:

5х2 + 13х +6 5(x+2)(x+3/5) 5(x+3/5)

lim -------------------- = lim -------------------- = lim -------------------- =

x→ -2 3х2 + 2х – 8 x→ -2 3(x+2)(x-4/3) x→ -2 3(x-4/3)

5x + 3 5∙(-2) + 3 -7

= lim ----------- = ---------------- = ---- = 0,7

x→ -2 3x - 4 3∙ (-2) - 4 -10

б) 7х4 + 2х3 +5

lim --------------------

x→ ∞ 6х4 + 3х3 – 7x

Здесь имеем неопределенность . Чтобы раскрыть это неопределенность, разделим числитель и знаменатель на старшую степень многочленов в числителе и знаменателе, т.е. на х4

Тогда получим:

7х4 + 2х3 +5 7 + 2/х +5/х4 7

lim -------------------- = lim -------------------- = ----

x→ ∞ 6х4 + 3х3 – 7x x→ ∞ 6 + 3/х2 – 7/x3  6

так как 2/х, 5/х4, 3/х2, 7/х3 → 0 при x → ∞.

**Задание 4.** Исследовать функцию y = x3 – 3x2 + 1 и построить ее график.

***Решение*.**

1. Область определения х € (- ∞; + ∞); функция непрерывна во всей области определения.

2. Находим производную функции  
у' = Зх2 - 6х,

приравниваем ее к нулю и определяем критические точки (по­дозрительные на экстремум)

Зх2 - 6х = 0;

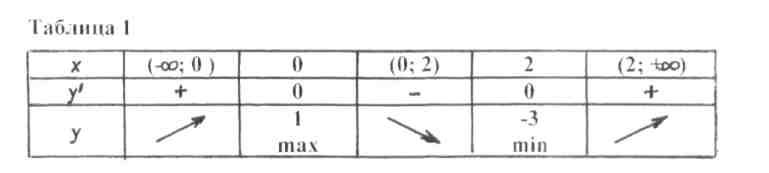
Зх (х-2) = 0; х1 = 0, х2 = 2

3. Исследуем функцию на монотонность и экстремум и построим таблицу 1.

Область определения разделится на промежутки (-∞; 0), (0; 2) и (2: +∞). Определим знак производной на каждом промежутке. Имеем у (-1) = 3∙ (-1)2 = - 6 (-1) = 9 > 0,

у' (1) = 3 • 12 - 6 •1 = -3 < 0, у' (3) = 3 • 32-6 • 3 = 27 -18=9>0. Значит, в промежутках (-∞; 0), (2; +∞) функция возрастает, а в промежутке (0; 2) - убывает. Функция имеет максимум при х = 0, у (0) = 03 - 3 • 02 + 1 = 1, а при х = 2 - минимум

у (2) = 23 - 3 • 22 + 1 = -3.

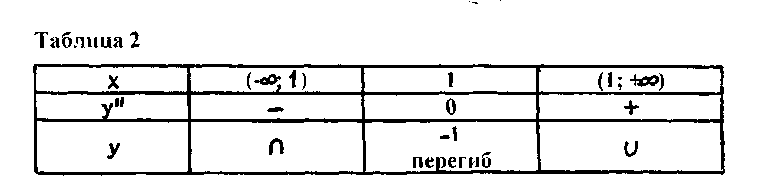
Имеем (0; 1) -точка максимума, (2;-3) - точка минимума.

4. Исследуем функцию на интервалы выпуклости и точки перегиба и составим таблицу 2.

Для нахождения участков выпуклости и вогнутости точек пере­гиба найдем вторую производную.

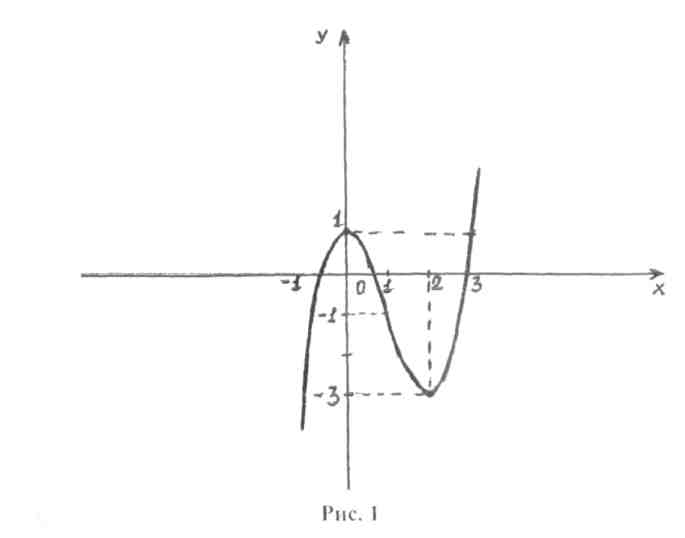
у" =(Зх2-6х)' = 6х - 6

6х - 6 = 0; х = 1. Крайняя точка II рода (подозрительна на перегиб).

Определим знаки второй производной слева и справа от точки х = 1. Например, при х = 0, у" (0) = - 6 < 0; при х = 2. у" (2) = 6 • 2 - 6 = 6 > 0. Следовательно, в промежутке (-∞; 1) кривая выпуклая, а в промежутке (1; +∞) - вогнута. При х = 1 имеем точку перегиба, ее ор­дината у (1 )= 13 -3 • 12 + 1 = -1.

Точка (1; -1) - точка перегиба.

5. Вертикальных асимптот у графика нет, т.к. нет точек разрыва функции.

Ищем наклонные асимптоты в виде у=kx+b.

k = lim = lim = lim (x2 - 3x +) = ∞

x→∞ x→∞ x →∞

т.е. не существует конечного предела вида lim = k,

x→∞

то график данной функции асимпотот не имеет.

6. Для уточнения графика функции найдем координаты еще двух точек, абсциссы которых равны - 1 и 3:

У(-1) = (-1)3-3∙(-1)2+1 = - 3

У(3) = 33-3 - 32+1 = 1

(-1; -3); (3; 1) - дополнительные точки.

Строим все найденные точки и соединяем их плавной линией (рис. 1).

**Задание 5.** Найти y’

1. **y = + -5**

Применяя формулы ( n· , (u(x) ± v(x))’=u’(x) ± v’(x), находим:

y’ = ( + 8x-1 – 5x7 + 10x-6)’ = (x9/4)’ + 8(x-1)’ – 5 (x7)’ + 10(x-6)’ = x5/4 – 8x2 – 35x6 – 60x7 =

= 2,25x · - -35x6 - .

1. **y = (x3 – 4x2 +6)·**

Применяя формулы ( n· (u(x) · v(x))’=u’(x) · v(x) + u(x) · v’(x), и формулу дифференцирования сложной функции, имеем:

y’= (x3 – 4x2 + 6)’ + (x3 – 4x2 + 6)= (3x2 – 8x) + 7(x3 – 4x2 + +6).

1. **y = =**

Применяя формулы ( )’ = ; ( n· ;

(u ± v)’=u’ ± v’, получим:

y’ = = =

= =

1. **y = tg2x**

y’ = (ln(x+4))’ tg2x + ln (x+4) (tg2x)’= ·tg2x + ln(x+4)· = + =

=

1. **y =**

y’ = (cos 3x)’·ctg (x4) + cos 3x·(ctg (x4))’= - 3sin 3x · ctg x4 – 4x3 · cos 3x

**Задание 6.** Найти полный дифференциал функции Z = 2x2 у 3.

***Решение***. Находим частные производные данной функции:

ð Z ð Z

---- = 4xy3, ---- = 6x2 y3,

ð x ð y

Умножая частные производные на дифференциалы соответст­вующих аргументов, получим частные дифференциалы функции:

dxZ = 4xy3 dx; dyZ = 6x2y2 dy.

Искомый полный дифференциал функций найдем как сумму ее частных дифференциалов:

dZ = 4xy3 dx + 6x2y2 dy.

**Задание 7.** Найти неопределенные интегралы и результат про­верить дифференцированием.

1. ∫ b) ∫ x2 lnx dx

***Решение.***

= ∫

обозначим через t = 2 – 3x2

найдем dt = d (2 – 3x2 ) = (2 – 3x2 ) dx =

= - 6xdx; отсюда следует xdx = - 1/6 dt

1. ∫

*= -*  ∫ t -1/2 dt = *-* + *C = -* + *C* = - *+ C = - +C*

**ПРОВЕРКА:**

( - 1/3 )’ = ( - 1/3 )1/2)’ = - 1/3 ∙ 1/2 (2-3x2)-1/2 ∙ ( - 3 ∙ 2x) =

= - 1/6 ∙( - 6x) ∙ =

б) Применим формулу интегрирования по частям:

∫ UdV = U ∙ V - ∫ VdU

Пусть U = lnx, тогда dU= dx / x

dV = x2 dx, V = ∫ x2 dx = x3 /3

Имеем ∫ x2 lnx dx = lnx ∙ x3 /3 - ∫ x3 /3 ∙ dx / x = 1/3 x3 lnx - 1/3 ∫ x2 dx = 1/3 x3 lnx - 1/3 ∙ x3/3 + C = 1/9 x3 (3 lnx – 1) + C

**ПРОВЕРКА:**

( 1/9 x3 (3 lnx – 1))’ = 1/9 (x3)’ (3 lnx – 1) + 1/9 x3 (3 lnx – 1)’ = 1/9 ∙ 3x2 (3 lnx – 1) + 1/9 x3 (3/x) =

= x2 lnx – 1/3 x2 + 1/3 x2 = x2 lnx

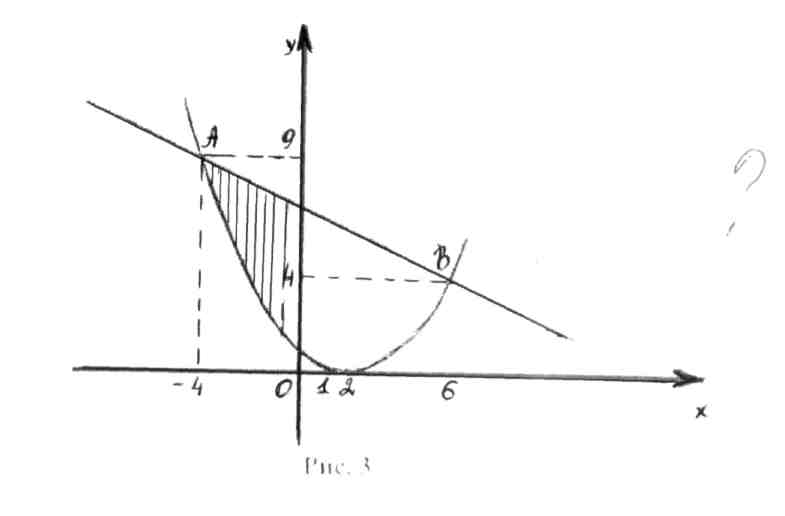
**Задание 8**. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями у = 1/4 (х - 2)2 и х + 2у – 14= 0; сделать чертеж.

***Решение***. Площадь фигуры, ограниченной сверху непрерыв­ной кривой

у = f(х), снизу непрерывной кривой у = φ (х), слева - пря­мой х = а и справа - прямой х = в, вычисляется по формуле:

S =

Определим точки пересечения данных линий, для чего решим систему:

Из второго уравнения у = 7 - х/2 подставим значения в первое уравнение системы вместо у разность 7 - х/2, получим:

7-х/2 = 1/4(х-2)2;

7-х/2= 1/4(х2-4х + 4);

28 - 2х = х2 - 4х + 4;

х2 - 2х - 24 = 0,

откуда x1 = - 4, х2 = 6; у1 = 9, у2 = 4.

Таким образом, линии пересекаются в точках А (-4; 9) и В (6; 4). Построим чертеж (рис. 3).

Искомая площадь:

S = 7 - x/2 – ¼ (x - 2)2) dx =

= 7 - 1/2x – 1/4 x2 + x - 1) dx =

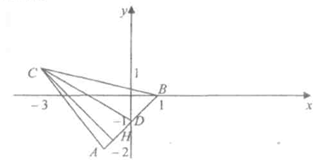
|  |  |
| --- | --- |
| 6 | |
|  |  | |
| - 4 | |

= 6 + 1/2 x - 1/4 x2) dx = (6x + 1/4 x2 – 1/12 x3) = = (36 + 9 – 18) – ( - 24 + 4 + 16/3) =

= 41 2/3 (кв. ед.)

**Задание 9.** Дан треугольник с вершинами *А(-1,-* 2), *В(1,* 0), *С( -3,1).* Найти:

1. уравнение стороны *АВ;*
2. уравнение медианы *CD;*
3. уравнение высоты *CH;*
4. угол между прямыми *СD* и *СН.*

**Решение.**

1) При составлении уравнения стороны *АВ* воспользуемся урав­нением прямой, проходящей через 2 точки - *М1(х1,у1)* и *М2(х2,у2):*

*=*

Подставив в данное уравнение координаты точек *А* и *В,* получим

x + 1 у + 2 x + 1 *у + 2*

- = ----- или ------- = --------- , *х + 1 = у + 2 ,*

1 + 1 0+2 2 2

y = x-1 - уравнение стороны *АВ* с угловым коэффициентом kAB=1

2) Точка *В* является серединой отрезка *АВ,* её координаты найдём по формулам:

= = 0 , = = -1

Итак, D(0,-1).

Уравнение прямой, проходящей через точки С и D имеет вид:

x + 3 у - 1 2

- = ------ или - —(x + 3) = y - 1,

0 + 3 -1 - 1 3

*у = - x -* 1 - уравнение прямой СD, угловой коэффициент kCD = -

3) Поскольку прямая СH перпендикулярна прямой *АB,* угловые ко­эффициенты этих прямых связаны соотношением *kCH = - = -1*

Для написания уравнения прямой *СН* воспользуемся уравнением: y – y0 = k(x-x0)

Полагая в этом уравнении *х0* = -3, *у0* =1, *k=kсн* = -1, полу­чим уравнение:

*у* -1 = *-1(х* + 3) или y = -х - 2

уравнение высоты СН, угловой коэффициент *kCH=* -1.

4) Угол между прямыми *СD* и *СH* найдётся по формуле:

tg = = = =

= arctg ≈ 120

**Задания контрольной работы**

**Задание 1.**

В задачах **1-5** найти сумму и произведение комплексных чисел:

1. z1= 1 + 2 и z2= 1 - 2
2. z1= 4 - 3 и z2= 2 +
3. z1= 0,2 + 2 и z2= -0,3 +
4. z1= 5 - 6 и z2= -10 +8
5. z1= + и z2= -

В заданиях **6-10** найти разность и частное комплексных чисел:

1. z1= 2 + 2 и z2= 1 -
2. z1= 2 + и z2= 2 -
3. z1= 2 и z2= 1 +
4. z1= 4 - 5 и z2= -2 +7
5. z1 = 5 + 12 и z2 = 8 - 6

**Задание 2.**

В задачах **11-30** проверить совместность системы уравнений и в случае ее совместности решить их:

а) методом Гаусса;

б) методом Крамера;

в) матричным методом

**Задание 3.**

В задачах **31-50** найти указанные пределы:

1. 3x2 – 5x -2 2x2 - 3x +1

а) lim ---------------- b) lim ----------------

x→ 2 2x2 – x – 6 x →∞ 3x2 + x + 4

1. 2x2 + 15x +25 5x2 - 2x +1

а) lim ------------------- b) lim ----------------

x→ -5 5 – 4x – x2 x→∞ 2x2 + x – 3

4x2 + 7x +3 3 - 2x - x2

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x→ -1 2x2 + x – 1 x→ ∞ x2 + 4x + 1

2x2 - 9x + 9 3 x2 - 5x + 4

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x→ 3 x2 - 5x + 6 x→ ∞ x3 - x + 1

5x - x2  - 4 2x2 + x - 4

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x →4 x2 - 2x – 8 x→∞ 3 + x - 4x2

x2  - x - 6 3x2 - 7x + 3

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x →3 x2 - 6x + 9 x→∞ 2x2 -5x – 3

x2  - 4x + 4 5 - 2x - 3x2

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x→ -2 x2 - 4 x→∞ x2 + x + 3

x2  - 4 2x3  - 2x + 1

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x →-2 x2 + x - 2 x→ ∞ 3x2 + 4x + 2

x2  - 7x + 10 3x2 + 5x + 4

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x →5 x2 – 10x + 25 x →∞ 2x2 - x + 1

x2  - 2x - 8 x2  - 7x + 1

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x→ -2 2x2 + 5x + 2 x → ∞ 3x2 + x + 3

x2  - 5x - 14 5x3  - 7x2 + 3

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x→ 7 2x2 - 9x - 35 x → ∞ x3 + 2x + 2

4 x2  + 7x - 2 4x3  - 2x + 1

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x→ -2 3x2 + 8x + 4 x → ∞ 2x3 + 3x2 + 2

4x2  + 11x - 3 4- 5x2 - 3x5

1. а) lim ------------------ b) lim ----------------

x →-3 x2 + 2x - 3 x→∞ 2x5 + 6x + 8

x2  - 4x - 5 x - 2x2 + 5x4

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x →-1 x2 - 2x - 3 x→∞ 2 + 3x2 + x4

x2  - 5x + 6 2x3 + 7x2 - 2

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x →2 x2 - 12x + 20 x→∞ 6x3 - 4x + 3

6 + x - x2 7x3 + 4x

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x →3 x3 - 27 x→∞ x3 -3x + 2

3x2  - 6x - 45 2x3 - 4x2 + 3x

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x →5 2x2 - 3x - 35 x→∞ 7x3 + 3x + 1

x3 - 8 1- 4x + x3

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x →2 x2 + x - 6 x→∞ x - 2x3

3x2  - 7x - 6 8x4  - 4x2 + 3

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x→ 3 2x2 - 7x + 3 x→ ∞ 2x4 + 1

x2  - 16 2x3  + 7x - 2

1. а) lim ---------------- b) lim ----------------

x→ 4 x2 + x - 20 x→∞ 3x3 - x

**Задание 4.** В задачах **51-70** исследовать функцию и построить ее график. Исследование предусматривает нахождение интервалов возрастания и убывания, точек экстремума, определение интервалов выпуклости и вогнутости графика функции и точек перегиба, наличие асимптот.

1. y = 3x4 – 5x3 + 2
2. y = x4 – 2x3 + 4x2 + 6
3. y = x4 – 2x3 + 4x2
4. y = x3 – 1,5x2 – 6x + 4
5. y = x4 – 8x3 + 16x2 + 3
6. y = x3 + 6x2 + 9x – 12
7. y = (x+2)3 – 27x + 3
8. y = (x+1)3 – 3x + 4
9. y = (x+2)3 – 3x + 1
10. y = (x-2)3 – 3x – 14
11. y = x3 – 2x2
12. y = x3 + 3x2 -7
13. y = x3 – 3/2x2 - 4x + 10
14. y = x3 – 3/2x2 + 2
15. y = x3 –9/5x2 +3x + 3
16. y = x3 – x2 - 3x + 2
17. y = x3 – 3/2x2 + 8
18. y = - x3 + 9/8 x2 + 1
19. y = x3 + 1/2x2 - 2x + 1
20. y = x3 – 3x2 + 5x + 1

**Задание 5.** В задачах **71-90** найти производную следующих функций:

1. a) y = + - 4x6 +
2. y = (x3 + 4x) ∙ tg2 3x

c) y =

1. a) y = 3x6 + +
2. y = (x - 2)4 ∙ sin6x
3. y =
4. a) y = 5x3 - +

b) y = (2x – x2) ∙ tg4 x

c) y =

1. a) y = 2x5 -

b) y = (2x – x2) ∙ tg4 x

c) y =

1. a) y = 3x4 +

b) y = (x2 + 3x) ∙ tg

c) y =

**76.** a) y = 3x4

b) y = cos3 5x – x ∙ sin 3x

c) y =

**77.** a) y = 3x6

b) y = cos2x ∙ ctg (x2)

c) y =

**78.** a) y = 8x2

b) y = ( x5 – 4x4 + 3x3 – 2x2)∙cos7x

c) y =

**79.** a) y = 5x2 - +

b) y = (x – 7)6 ∙ ctg3x

c) y =

**80 .** a) y = 3x5

b) y = (x + 5)3  ∙ sin2 x

c) y =

**81.** a) y = 5x3

b) y = (2x - 1)3  ∙ (2 - sinx)

c) y =

**82.** a) y = 4x4

b) y = (3x - 9)2 ∙ cos

c) y =

**83.** a) y = + - 6x2

b) y = (x2 – 9x + 7) ∙ sin7x

c) y =

**84.** a) y =6x4 +

b) y = sin6x ∙ cos2 4x

c) y =

**85.** a) y = 8x3

b) y = (2x - 5)3 ∙ tg2 x

c) y =

**86.** a) y = + + 3x4

b) y = tg3x ∙sin 2x

c) y =

**87.** a) y = 9x5 + -

b) y = (x4 + 3x2) ∙ sin3x

c) y =

**88.** a) y = 8x

b) y = (3x - 4)2 ∙ tg 3x

c) y =

**89.** a) y = 3x2

b) y = tg ∙ cos 8x

c) y =

**90.** a) y =

b) y = sin2 x – (4x + 1) ∙ cos 6x

c) y =

**Задание 6.** Решить примеры **91-100**.

1. Найти частные производные первого порядка от функции z = х3 + 2ху - 2у3
2. Вычислить значения частных производных первого порядка функции

z = ln (х2 – у2) при следующих значениях аргументов: х = 2; у = -1.

1. Найти полный дифференциал функции z = Зх3 у2.
2. Найти частные производные первого порядка от функции z = (5x3y2 + 1)3.
3. Найти частные производные первого порядка от функции *z =* arcsin
4. Найти полный дифференциал функции z = arcctg
5. Вычислить значение полного дифференциала функции z = ,

при х = 2, y = 1, dx = -1/3, dy = 1/2.

1. Вычислить значение частных производных первого порядка функции

z = при х = 4, у = -3.

1. Найти частные производные первого порядка от функции z = .
2. Найти полный дифференциал функции z = sin2x cos2y.

**Задание 7.** В задачах **101-110** найти неопределенные интегралы и проверить результат дифференцированием.

X4

1. а) ∫ --------- dx;

2 - х5

b) ∫ х2 е 3x dx;

1. a) ∫ dx

b) ∫ (3 – 5x)e3x dx

1. a) ∫ dx

b) ∫ x cos dx

1. a) ∫ e cos x sinx dx

b) ∫ lnx dx

1. a) ∫ x2 sinx3 dx

b) ∫ хеx dx;

1. a) ∫ x dx

b) ∫ arctgx dx;

1. a) ∫ dx

b) ∫ x sinx dx

1. a) ∫ dx

b) ∫ arcsin3x dx

1. a) ∫

b) ∫ x lnx dx

1. a) ∫ dx

b) ∫ x cos3x dx

**Задание 8**. В задачах **111-120** вычислить с помощью определенного интеграла площадь фигуры, ограниченной данными линиями; сделать чертеж и заштриховать искомую площадь.

1. y = x2 и y =
2. у = (х - 2)2 и у = х;
3. y = x3 и у = 2х;
4. у = 2х – х2 и у = - х;
5. y = 1/3 x3 и у = 3х;
6. у = 1/3 (х - 2)2 и у = х + 4;
7. у = 1/4 (х + 2)2 и у = х + 5;
8. у = 1/4 (х + 6)2 и у = х + 9;
9. у = 1/3 (х + 1)2 и у = х + 7;
10. у = 1/3 (х - 1)2 и у = х + 5.

**Задание 9.** В задачах **121-140** даны координаты вершин треугольника ABC. Найти:

1. уравнение стороны АВ;
2. уравнение медианы CD;
3. уравнение высоты СН;
4. угол между прямыми CD и СН.
5. А(-2; 3), В(3; 2), С(1; - 4)
6. А(-5; 2), В(2; 3), С(2; - 6)
7. А(3; -2), В(1; 0), С(-5; 11)
8. А(-12; 1), В(0; 2), С(5; 14)
9. А(9; - 6), В(3; - 3), С(7; 10)
10. А(0; 1), В(2; -3), С(-1; - 2)
11. А(4; 1), В(-8; 3), С(0; 10)
12. А(3; 6), В(14; - 4), С(- 4; 13)
13. А(2; 5), В(-1; 2), С(-3; -1)
14. А(-3; 3), В(2; -5), С(- 4; -1)
15. А(-7; 2), В(-3; -8), С(5; -3)
16. А(2; -10), В(5; -4), С(-2; -8)
17. А(-11; 1), В(1; -2), С(5; - 6)
18. А(12; -2), В(10; -2), С(3; - 1)
19. А(-1; 5), В(1; -5), С(0; 2)
20. А(2; -7), В(5; -5), С(2; 1)
21. А(-8; -3), В(3; -5), С(8; 2)
22. А(1; 0), В(2; -1), С(-1; -4)
23. А(0; -5), В(6; -2), С(-5; -7)
24. А(6; -12), В(-1; 8), С(15; -17)

**Рекомендуемая литература:**

1. Лисичкин В.П., Соловейчик И.Л. Математика – М.: Высш. шк., 1991.
2. Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов (на базе средней школы). – М.: Высш. шк., 1980
3. Мацкевич И.П., Свирид Г.П. Высшая математика. – Мн: Высш. шкл, 1993.
4. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М. Высш. шк., 2000.
5. Данко П.Е., Попов А.Г. Высшая математика в упражнениях и задачах. – М.: Высш. шк., 1997.
6. Гусак А.А., Гусак Г.М., Бричикова Е.А. Справочник по высшей математике. – Мн.: ТетраСистемс, 1999.
7. Руководство к решению задач по высшей математике. Под редакцией Е.И. Гурского. – Мн. Высш. шк., 1989.
8. Жевник Р.М., Карпук А.А. и др. Общий курс высшей математики. – Орша: АРФА, 1996.
9. Гусак А.А. Высшая математика. – Мн.: ТетраСистемс, 2000.
10. Тарасов Н.П. Курс высшей математики для техникумов. – М.: Наука, 1971.
11. Зайцев И.А. Элементы высшей математики для техникумов. – М.: Наука, 1970.
12. Гусак А.А. Задачи и упражнения по высшей математике. - Мн.: Высш. шк. 1998.

**Содержание:**

1. Общие методические указания…………………………………………………………………..3
2. Программа курса «Основы высшей математики»……………………………………………....4
3. Критерии оценки выполнения домашней контрольной работы…………………………..........4
4. Порядок выполнения домашней контрольной работы…………………………………………5
5. Решение задач типового варианта контрольной работы……………………………………….6
6. Задания контрольной работы…………………………………………………………………...14
7. Рекомендуемая литература……………………………………………………………………...21